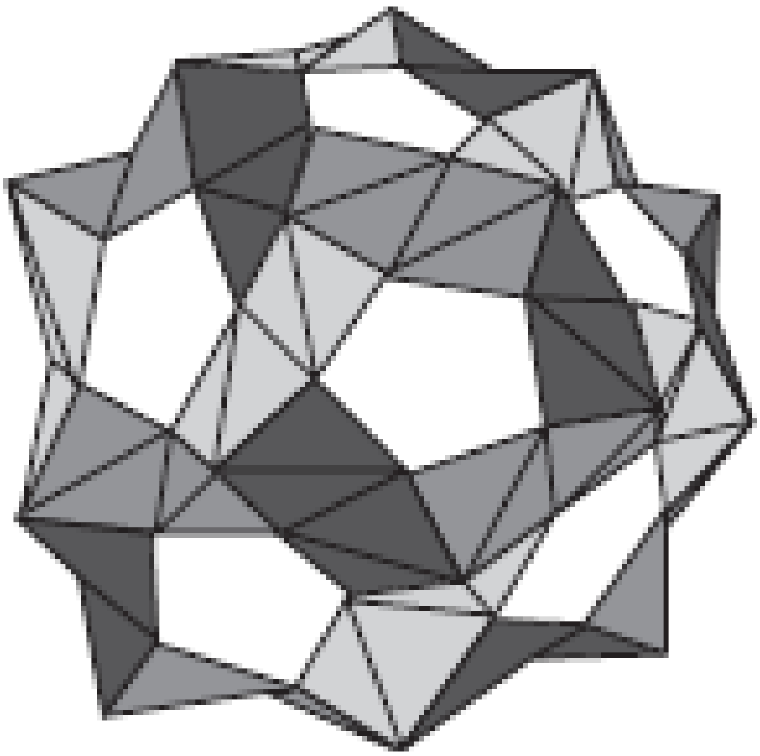
# WISKUNDIG VOUWEN



# DE BUCKYBALL...

# Wiskundig vouwen voor beginners…

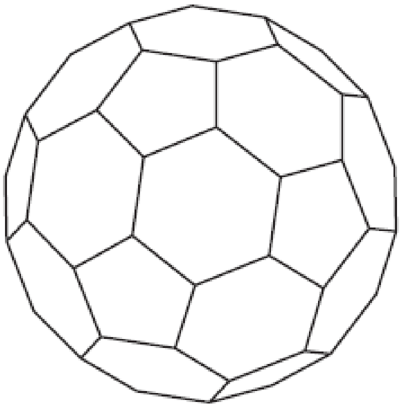
Vaak wordt papiervouwen (origami) door mensen afgedaan als suf en zinloos. Het ziet er op zich best mooi uit, maar het blijft tenslotte toch “gewoon” papier. Niets is echter minder waar. Je kunt bijvoorbeeld in de euclidische meetkunde een hoek wel in twee gelijke stukken verdelen met behulp van een passer en een liniaal, maar je kunt een hoek niet in drie gelijke stukken verdelen. Dit kan met origami echter wel. Meer voor de hand liggende voordelen van origami zijn echter de volgende.

- Een parachute is zo gevouwen dat hij snel openklapt
- Voor een airbag geld hetzelfde, deze moet in 2 seconden volledig opengeklapt zijn, dus je kunt hem niet zomaar in het stuur proppen…
- Als ze vroeger een ader bij je hart moesten repareren, dan moest je hele borstkas open, tegenwoordig kan dat met een heel dun opgevouwen buisje (een zogenaamde stent) die ze via je lies naar boven schuiven en dan in de ader bij het hart uitvouwen.
- En voor jullie heel belangrijk, de satelliet, waar je telefoon gebruik van maakt. Deze wordt helemaal opgevouwen in een raket de ruimte in geschoten, waarna hij in de ruimte uitgevouwen wordt.

Vandaag gaan we jullie kennis laten maken met een stukje van deze (wiskundige) vouwkunst.

# Buckminsterfullerene (de voetbal…)

Deze wiskunde activiteit beginnen we met een heel klein stukje scheikunde en sport.. In de scheikunde kennen we namelijk een molecuul dat bestaat uit 60 C atomen, zijn scheikundige formule is $C_{60}$. Die 60 atomen vormen met elkaar 20 zeshoeken en 12 vijfhoeken en zien er dan als volgt uit:



Dit is (zoals ik hoop dat de meeste van jullie gezien hebben) inderdaad een voetbal.

Wiskundig gezien noem je dit een afgesneden icosaëder

Kijk maar eens naar het volgende filmpje:

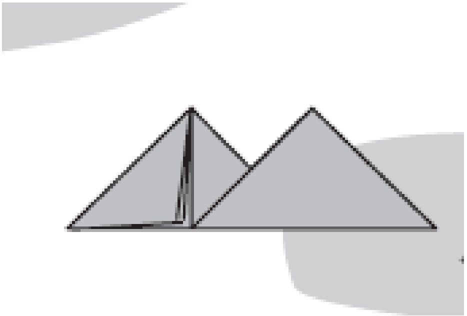
http://www.numberphile.com/videos/32_bucky.html



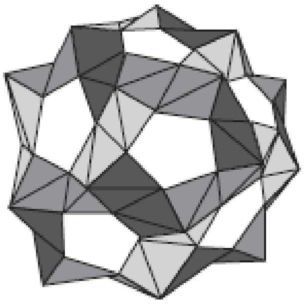

Vandaag gaan we een poging doen om het kleine broertje van deze “Buckyball” te maken met behulp van origamipapier en zogenaamde PHiZZ Units.

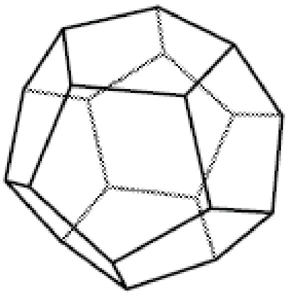
Succes!!

# De PHiZZ Unit



Met deze modulaire origami eenheid (bedacht door Tom Hull in 1993) kun je een heleboel verschillende veelvlakken maken, zoals bijvoorbeeld degene die hieronder staat.





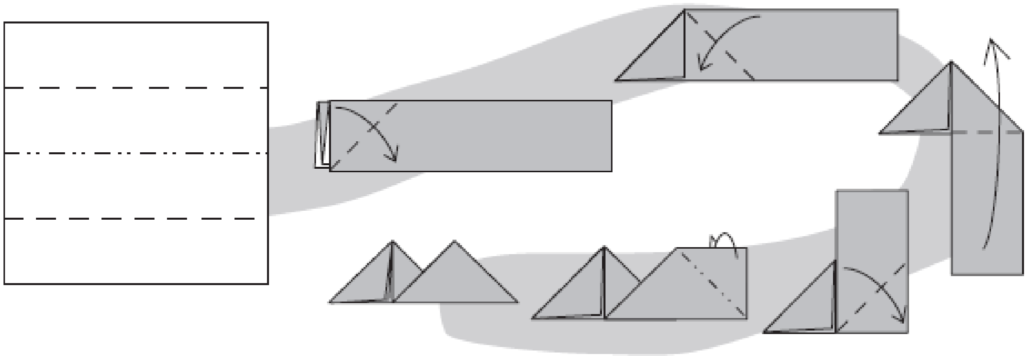
De naam staat voor Pentagon Hexagon Zig-Zag unit. Het leuke eraan is dat je er hele grote objecten mee kunt maken, omdat je ze (zonder lijm!!) heel strak in elkaar kunt vouwen.

Vandaag gaan we je leren om deze unit te vouwen. Daarna gaan we veelvlakken “bouwen”. Dit ga je doen in groepjes van 3 leerlingen.

Voor, tijdens en na het bouwen zal je dan kennis maken met wat van de wiskunde achter die veelvlakken.

De PHiZZ unit vouwen:

Het is heel belangrijk dat je alle units exact hetzelfde vouwt en dat je heel nauwkeurig vouwt. Hoe netter hoe beter.



Hierboven zie je het vouwschema.

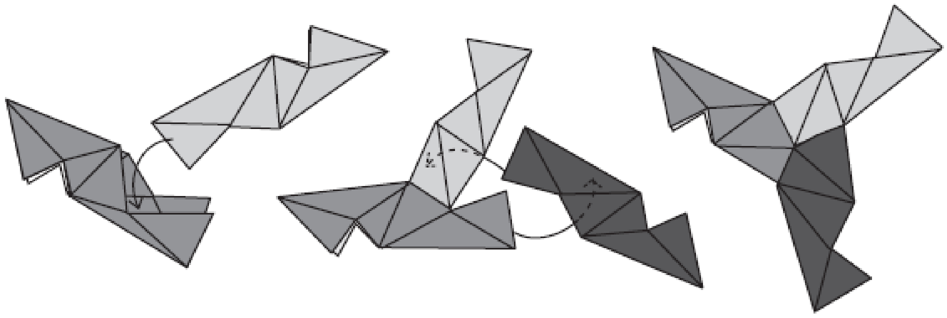
Op onderstaand filmpje staat het ook nog een keer uitgelegd, met extra hoe je de units in elkaar moet schuiven.

http://www.youtube.com/watch?v=vFYw47Wx2N8



**In elkaar schuiven:** Op het onderstaande plaatje zie je (net als in het filmpje) hoe je ze in elkaar moet schuiven, je maakt dan een soort piramide. We bekijken de PHiZZ units van boven.

De eerste doe je een beetje open, zodat je de tweede er in kunt schuiven. Ze moeten tussen de laagjes papier terecht komen. Zorg er voor dat een flapje van de unit die je er in schuift haakt om de vouw van de andere, daardoor haken ze in elkaar.



**Opdracht 1**

Maak 30 van deze PHiZZ units in drie kleuren (van elke kleur even veel).

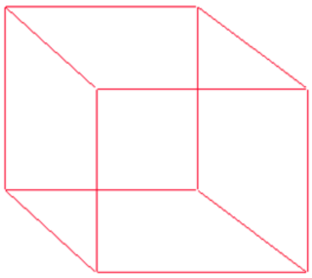
Let erop, ze moeten allemaal heel precies gevouwen worden en exact hetzelfde er uit zien.

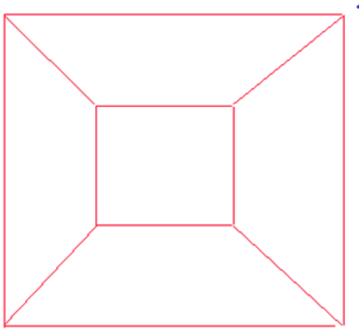
------

Nu gaan we er een dodecaëder van bouwen waarbij niet twee dezelfde kleuren aan elkaar zitten. Dat kun je gaan proberen zonder wiskunde, maar dan ben je onnodig lang bezig, we gaan dus nu eerst aan de slag met een stukje theorie om de kleuren te kunnen voorspellen.

**Theorie:**

Je tekent het veelvlak eerst plat. Om dit te doen is het handig je voor te stellen dat je het veelvlak op de tafel zet. Je rekt dan de bovenkant uit terwijl je het veelvlak platdrukt, zodanig dat geen van de randen elkaar snijden. Bij een kubus ziet dat er zo uit:





Dit noem je een platte graaf.

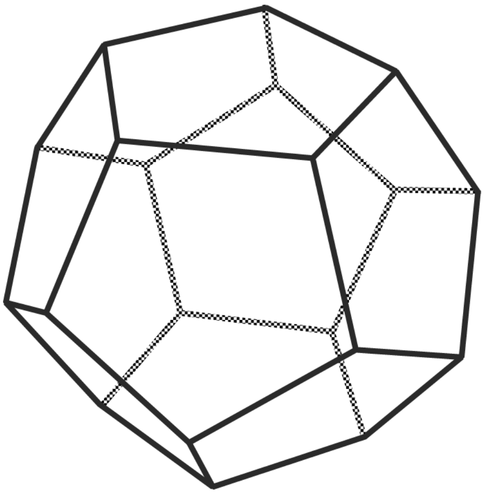
*Weet je nog: een graaf bestond uit knooppunten die verbonden worden door wegen*

**Opdracht 2**

Teken van de dodecaëder ook een platte graaf

Om je te helpen staat er hieronder een kaal plaatje van een dodecaëder.

Hint: Hij bestaat als je goed kijkt uit allemaal vijfhoeken.



In de volgende opdracht teken je in die platte graaf een zogenaamd Hamilton circuit. Dat is een route die begint in een knooppunt, dan door alle andere knooppunten gaat en dan weer eindigt in het knooppunt waar hij begonnen is. Er is echter 1 addertje onder het gras, je mag namelijk elk knooppunt maar 1 keer bezoeken.

**Opdracht 3**

Teken in de platte graaf van de dodecaëder een Hamilton circuit.

(je krijgt van je docent een aantal kopieën zodat je het een paar keer kunt proberen)

Elke PHiZZ unit komt overeen met 1 van de lijntjes van de dodecaëder en dus is elk lijntje van je platte graaf een PHiZZ unit.

**Opdracht 4**

Hoe kun je nu, met behulp van het Hamilton circuit zorgen dat 2 dezelfde kleuren elkaar niet raken?

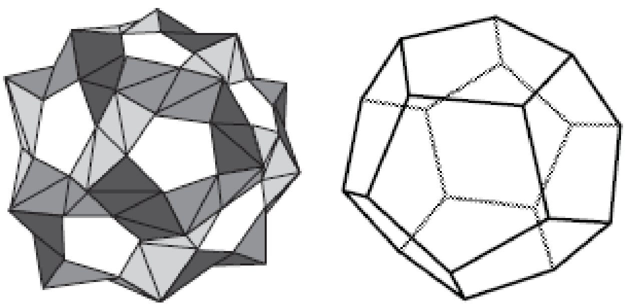
Bedenk, de lijnen in de platte graaf zijn de PHiZZ units. Kun je een manier bedenken om de lijntjes te kleuren zodat niet twee lijntjes van dezelfde kleur elkaar raken? Probeer het uit op je platte graaf. Gebruik het Hamilton circuit.

**Opdracht 5**

Nu gaan we de dodecaëder in elkaar zetten.  Kijk goed naar het plaatje hoe het er uit moet  zien, een vlak bestaat uit 5 van die piramides.

In het volgende filmpje wordt voorgedaan hoe je 1 vlak van de dodecaëder maakt.

http://www.youtube.com/watch?v=dH-uTRdI4XU



Let op!:

Jullie moeten samenwerken, omdat 1 persoon in elkaar gaat zetten en de anderen bij gaan houden welke kleur waar komt.

**Bonusopdracht**

Ben je helemaal klaar?

Probeer dan eens om de Buckyball van de eerste bladzijde te maken. Dus de Buckminsterfullerene. Lukt het je ook weer zonder dat twee dezelfde kleuren elkaar raken??

Succes!!

# Docentenhandleiding bij het wiskundig vouwen.

De bedoeling is dat de leerlingen het volgende document doorwerken. In het document zal ik aangeven wat voor u handig is om te doen.

Allereerst moeten ze het volgende stukje doorlezen. Het is dan aan u om het filmpje op het smartboard te laten zien. Het filmpje is in het engels, dus wellicht is enige uitleg soms noodzakelijk, afhankelijk aan welke lesgroep u deze workshop geeft.

# Wiskundig vouwen voor beginners…

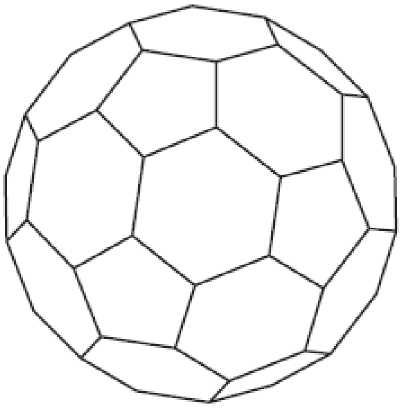
Vaak wordt papiervouwen (origami) door mensen afgedaan als suf en zinloos. Het ziet er op zich best mooi uit, maar het blijft tenslotte toch “gewoon” papier. Niets is echter minder waar. Je kunt bijvoorbeeld in de euclidische meetkunde een hoek wel in twee gelijke stukken verdelen met behulp van een passer en een liniaal, maar je kunt een hoek niet in drie gelijke stukken verdelen. Dit kan met origami echter wel. Meer voor de hand liggende voordelen van origami zijn echter de volgende.

- Een parachute is zo gevouwen dat hij snel openklapt
- Voor een airbag geld hetzelfde, deze moet in 2 seconden volledig opengeklapt zijn, dus je kunt hem niet zomaar in het stuur proppen…
- Als ze vroeger een ader bij je hart moesten repareren, dan moest je hele borstkas open, tegenwoordig kan dat met een heel dun opgevouwen buisje (een zogenaamde stent) die ze via je lies naar boven schuiven en dan in de ader bij het hart uitvouwen.
- En voor jullie heel belangrijk, de satelliet, waar je telefoon gebruik van maakt. Deze wordt helemaal opgevouwen in een raket de ruimte in geschoten, waarna hij in de ruimte uitgevouwen wordt.

Vandaag gaan we jullie kennis laten maken met een stukje van deze (wiskundige) vouwkunst.

# Buckminsterfullerene (de voetbal…)

Deze wiskunde activiteit beginnen we met een heel klein stukje scheikunde en sport.. In de scheikunde kennen we namelijk een molecuul dat bestaat uit 60 C atomen, zijn scheikundige formule is $C_{60}$. Die 60 atomen vormen met elkaar 20 zeshoeken en 12 vijfhoeken en zien er dan als volgt uit:



Dit is (zoals ik hoop dat de meeste van jullie gezien hebben) inderdaad een voetbal.

Wiskundig gezien noem je dit een afgesneden icosaëder

Kijk maar eens naar het volgende filmpje:

http://www.numberphile.com/videos/32_bucky.html




Dit filmpje laat u dus op het smartboard zien. Vraag de leerlingen om nog niet verder te lezen. Ze kunnen het met de QR-code ook op hun smartphone bekijken (mits ze een wifi-aansluiting hebben)

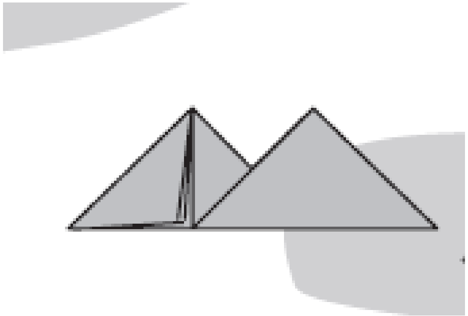
Vandaag gaan we een poging doen om het kleine broertje van deze “Buckyball” te maken met behulp van origamipapier en zogenaamde PHiZZ Units.

Succes!!

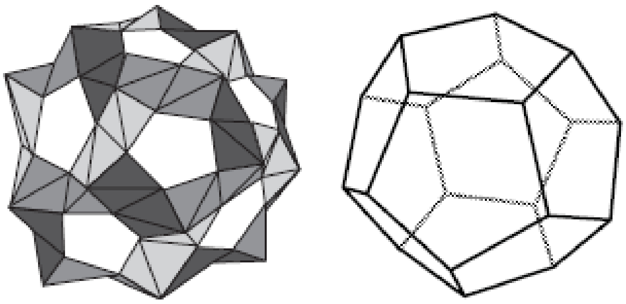
Nu volgt de unit die we gaan vouwen. Het is heel verstandig om hem zelf ook al een paar keer te vouwen, zodat u weet hoe u de leerlingen moet helpen. De leerlingen moeten opgesplitst worden in groepjes van drie leerlingen, omdat dat het handigst werkt met het vouwen. Evt overblijvers kunnen evt in 2 of 4 tallen.

Als ze zijn opgesplitst gaan ze verder lezen.

# De PHiZZ Unit



Met deze modulaire origami eenheid (bedacht door Tom Hull in 1993) kun je een heleboel verschillende veelvlakken maken, zoals bijvoorbeeld degene die hieronder staat.



De naam staat voor Pentagon Hexagon Zig-Zag unit. Het leuke eraan is dat je er hele grote objecten mee kunt maken, omdat je ze (zonder lijm!!) heel strak in elkaar kunt vouwen.

Vandaag gaan we je leren om deze unit te vouwen. Daarna gaan we veelvlakken “bouwen”. Dit ga je doen in groepjes van 3 leerlingen.

Voor, tijdens en na het bouwen zal je dan kennis maken met wat van de wiskunde achter die veelvlakken.

Dit is het moment om papier uit te gaan delen. Elk groepje krijgt 30 blaadjes in drie verschillende kleuren, 10 blaadjes per kleur. Daarvan gaan ze de units vouwen.

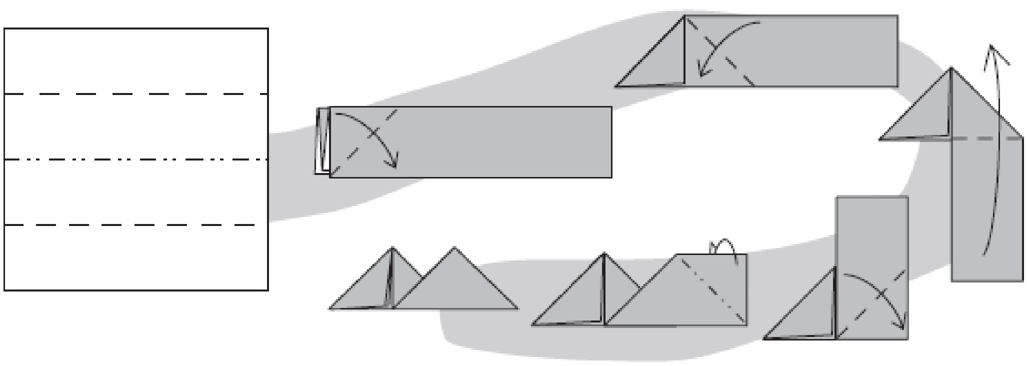
LET OP! De units moeten allemaal exact hetzelfde zijn, dus geen spiegelbeelden van elkaar.

Er zit een filmpje bij om te laten zien hoe ze moeten vouwen, het werkt het beste als u dit klassikaal laat zien. Het laatste stukje van het filmpje laat zien hoe u drie van deze units in elkaar schuift. Ook dit moet u zelf even oefenen, zodat u het zelf ook aan de leerlingen kunt uitleggen.

Benadruk ook echt even dat ze zo nauwkeurig mogelijk moeten vouwen, hoe netter ze nu werken hoe makkelijker het in elkaar schuiven later wordt. Het is handig om daar ook even op te letten als ze aan het vouwen zijn, en dat her en der bij te sturen.

De PHiZZ unit vouwen:

Het is heel belangrijk dat je alle units exact hetzelfde vouwt en dat je heel nauwkeurig vouwt. Hoe netter hoe beter.



Hierboven zie je het vouwschema.

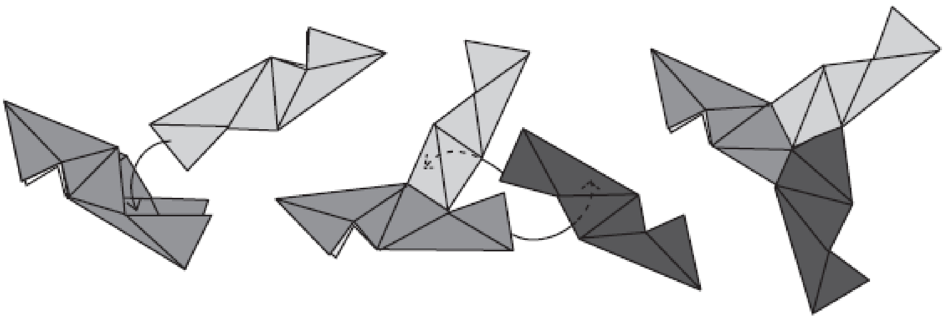
Op onderstaand filmpje staat het ook nog een keer uitgelegd, met extra hoe je de units in elkaar moet schuiven.

[http://www.youtube.com/watch?v=vFYw47Wx2N8](http://www.youtube.com/watch?v=vFYw47Wx2N8)




**In elkaar schuiven:** Op het onderstaande plaatje zie je (net als in het filmpje) hoe je ze in elkaar moet schuiven, je maakt dan een soort piramide. We bekijken de PHiZZ units van boven.

De eerste doe je een beetje open, zodat je de tweede er in kunt schuiven. Ze moeten tussen de laagjes papier terecht komen. Zorg er voor dat een flapje van de unit die je er in schuift haakt om de vouw van de andere, daardoor haken ze in elkaar.



**Opdracht 1**

Maak 30 van deze PHiZZ units in drie kleuren (van elke kleur even veel).

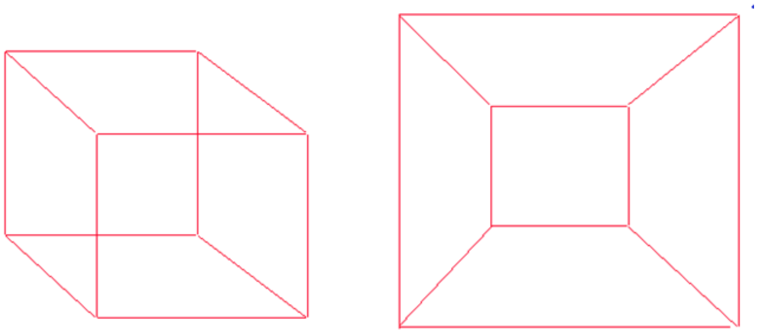
Let erop, ze moeten allemaal heel precies gevouwen worden en exact hetzelfde er uit zien.

------

Nu gaan we er een dodecaëder van bouwen waarbij niet twee dezelfde kleuren aan elkaar zitten. Dat kun je gaan proberen zonder wiskunde, maar dan ben je onnodig lang bezig, we gaan dus nu eerst aan de slag met een stukje theorie om de kleuren te kunnen voorspellen.

**Theorie:**

Je tekent het veelvlak eerst plat. Om dit te doen is het handig je voor te stellen dat je het veelvlak op de tafel zet. Je rekt dan de bovenkant uit terwijl je het veelvlak platdrukt, zodanig dat geen van de randen elkaar snijden. Bij een kubus ziet dat er zo uit:



Dit noem je een platte graaf.

*Weet je nog: een graaf bestond uit knooppunten die verbonden worden door wegen*

Hier is het verstandig om de grafentheorie even op te halen. Hoe werkte dat ook maar weer met knooppunten en wegen en wat betekent dat voor onze tekening.

Je ziet dat in 3 dimensies elk knooppunt vastzit aan 3 wegen, dat moet in de platte graaf dus ook het geval zijn.

Doe het zelf ook even op het bord voor, dan is het voor leerlingen ook duidelijker hoe ze het bij de dodecaëder aan moeten pakken.

Om dit te doen de volgende tips:

Teken een kubus op het bord

Teken nu eerst het vierkante achtervlak op het bord.

Kleur dan in de kubus de lijnen die je gebruikt hebt (de ribben van het achtervlak in dit geval)

Teken dan de schuin weglopende lijnen aan het vierkant en kleur deze ook in de kubus.

Nu verbind je de vier weglopende lijnen met elkaar.

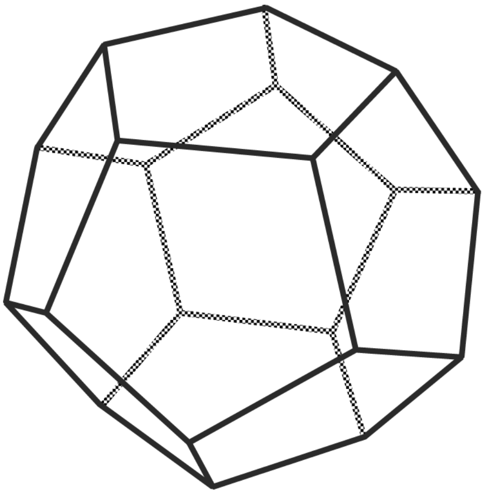
Zo zouden ze het ook bij de dodecaëder aan moeten pakken.

**Opdracht 2**

Teken van de dodecaëder ook een platte graaf

Om je te helpen staat er hieronder een kaal plaatje van een dodecaëder.

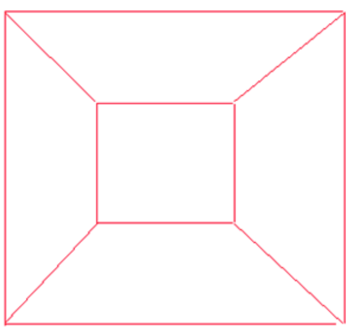
Hint: Hij bestaat als je goed kijkt uit allemaal vijfhoeken.



In de volgende opdracht teken je in die platte graaf een zogenaamd Hamilton circuit. Dat is een route die begint in een knooppunt, dan door alle andere knooppunten gaat

en dan weer eindigt in het knooppunt waar hij begonnen is. Er is echter 1 addertje onder het gras, je mag namelijk elk knooppunt maar 1 keer bezoeken.

Wellicht even in het plaatje van de kubus laten zien wat we bedoelen.



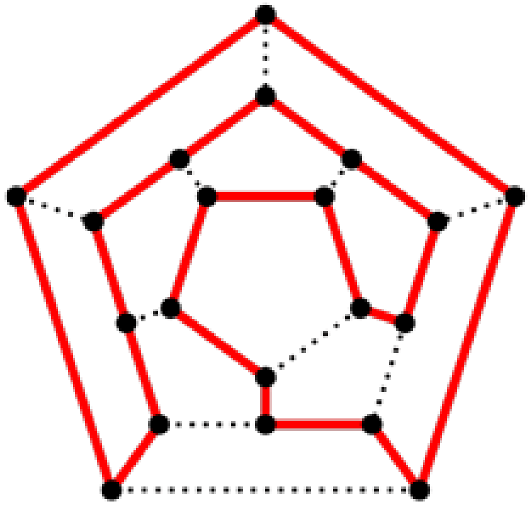
Je begint bijvoorbeeld met tekenen in het kleine vierkant, knooppunt linksonder. Je gaat dan eerst met de klok mee en kleurt de zijden van het kleine vierkant, maar pas op, je moet de kring niet sluiten. Na drie gekleurde ribben pak je de schuin weglopende en vervolgens ga je tegen de klok in over het buitenvierkant weer terug. Je kunt dan over de laatste schuine ribbe weer terug naar het beginknooppunt.

**Opdracht 3**

Teken in de platte graaf van de dodecaëder een Hamilton circuit.

(je krijgt van je docent een aantal kopieën zodat je het een paar keer kunt proberen)

Elk groepje krijgt 2 blaadjes met daarop 4 keer de platte graaf. Deze krijgen ze natuurlijk pas als ze bij de vorige opdracht zelf een fatsoenlijke platte graaf hebben getekend. ( In geval van tijd tekort kunt u deze natuurlijk eerder uitdelen). Hieronder ziet u hoe het hamiltoncircuit er uit komt te zien.



Elke PHiZZ unit komt overeen met 1 van de lijntjes van de dodecaëder en dus is elk lijntje van je platte graaf een PHiZZ unit.

**Opdracht 4**

Hoe kun je nu, met behulp van het Hamilton circuit zorgen dat 2 dezelfde kleuren elkaar niet raken?

Bedenk, de lijnen in de platte graaf zijn de PHiZZ units. Kun je een manier bedenken om de lijntjes te kleuren zodat niet twee lijntjes van dezelfde kleur elkaar raken? Probeer het uit op je platte graaf. Gebruik het Hamilton circuit.

Wederom, als ze hier na een paar keer proberen niet uitkomen, kan u de volgende tip geven: In elk knooppunt moeten drie verschillende kleuren samen komen. Probeer het eens voor twee naast elkaar liggende knooppunten.

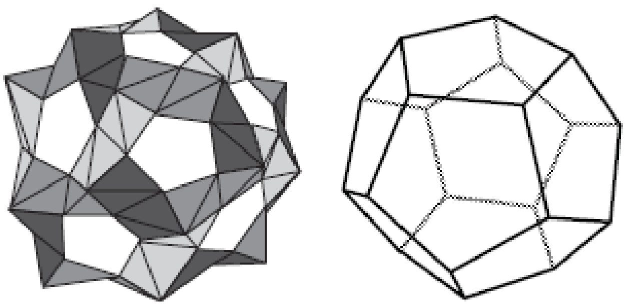
Voor u zelf, als ze het hamilton circuit om en om kleuren met twee kleuren, en ze geven de overige lijntjes kleur drie, dan hebben ze voldaan aan de opdracht, namelijk niet twee dezelfde kleuren komen bij elkaar in een knooppunt.

**Opdracht 5**

Nu gaan we de dodecaëder in elkaar zetten.  Kijk goed naar het plaatje hoe het er uit moet  zien, een vlak bestaat uit 5 van die piramides.

In het volgende filmpje wordt voorgedaan hoe je 1 vlak van de dodecaëder maakt.

http://www.youtube.com/watch?v=dH-uTRdI4XU



Let op!:

Jullie moeten samenwerken, omdat 1 persoon in elkaar gaat zetten en de anderen bij gaan houden welke kleur waar komt.

Als docent is het heel belangrijk dat u de hele bal al een keer in elkaar hebt gezet. Het is even een gepuzzel om de laatste te sluiten. Daar hebben leerlingen soms dus wat hulp bij nodig.

**Bonusopdracht**

Ben je helemaal klaar?

Probeer dan eens om de Buckyball van de eerste bladzijde te maken. Dus de Buckminsterfullerene. Lukt het je ook weer zonder dat twee dezelfde kleuren elkaar raken??

Succes!!

Voor deze opdracht hebben ze extra papier nodig (hij bestaat uit 90 units ipv 30…).

# Docentenhandleiding bij het wiskundig vouwen.

De bedoeling is dat de leerlingen het volgende document doorwerken. In het document zal ik aangeven wat voor u handig is om te doen.

Allereerst moeten ze het volgende stukje doorlezen. Het is dan aan u om het filmpje op het smartboard te laten zien. Het filmpje is in het engels, dus wellicht is enige uitleg soms noodzakelijk, afhankelijk aan welke lesgroep u deze workshop geeft.

# Wiskundig vouwen voor beginners…

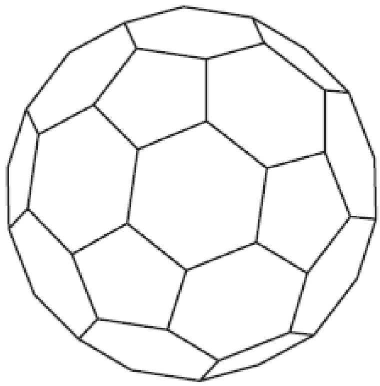
Vaak wordt papiervouwen (origami) door mensen afgedaan als suf en zinloos. Het ziet er op zich best mooi uit, maar het blijft tenslotte toch "gewoon" papier. Niets is echter minder waar. Je kunt bijvoorbeeld in de euclidische meetkunde een hoek wel in twee gelijke stukken verdelen met behulp van een passer en een liniaal, maar je kunt een hoek niet in drie gelijke stukken verdelen. Dit kan met origami echter wel. Meer voor de hand liggende voordelen van origami zijn echter de volgende.

- Een parachute is zo gevouwen dat hij snel openklapt
- Voor een airbag geld hetzelfde, deze moet in 2 seconden volledig opengeklapt zijn, dus je kunt hem niet zomaar in het stuur proppen…
- Als ze vroeger een ader bij je hart moesten repareren, dan moest je hele borstkas open, tegenwoordig kan dat met een heel dun opgevouwen buisje (een zogenaamde stent) die ze via je lies naar boven schuiven en dan in de ader bij het hart uitvouwen.
- En voor jullie heel belangrijk, de satelliet, waar je telefoon gebruik van maakt. Deze wordt helemaal opgevouwen in een raket de ruimte in geschoten, waarna hij in de ruimte uitgevouwen wordt.

Vandaag gaan we jullie kennis laten maken met een stukje van deze (wiskundige) vouwkunst.

# Buckminsterfullerene (de voetbal…)

Deze wiskunde activiteit beginnen we met een heel klein stukje scheikunde en sport.. In de scheikunde kennen we namelijk een molecuul dat bestaat uit 60 C atomen, zijn scheikundige formule is $C_{60}$. Die 60 atomen vormen met elkaar 20 zeshoeken en 12 vijfhoeken en zien er dan als volgt uit:



Dit is (zoals ik hoop dat de meeste van jullie gezien hebben) inderdaad een voetbal.

Wiskundig gezien noem je dit een afgesneden icosaëder

Kijk maar eens naar het volgende filmpje:

http://www.numberphile.com/videos/32_bucky.html

Dit filmpje laat u dus op het smartboard zien. Vraag de leerlingen om nog niet verder te lezen. Ze kunnen het met de QR-code ook op hun smartphone bekijken (mits ze een wifi-aansluiting hebben)

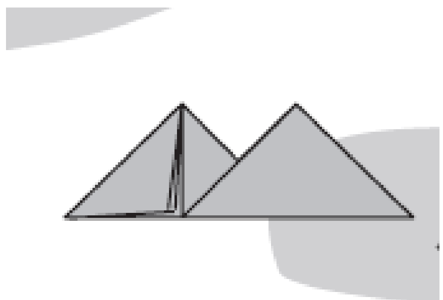
Vandaag gaan we een poging doen om het kleine broertje van deze “Buckyball” te maken met behulp van origamipapier en zogenaamde PHiZZ Units.

Succes!!

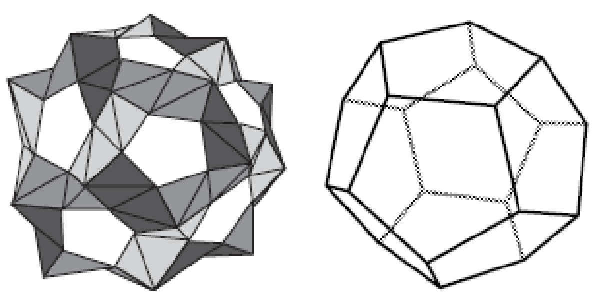
Nu volgt de unit die we gaan vouwen. Het is heel verstandig om hem zelf ook al een paar keer te vouwen, zodat u weet hoe u de leerlingen moet helpen. De leerlingen moeten opgesplitst worden in groepjes van drie leerlingen, omdat dat het handigst werkt met het vouwen. Evt overblijvers kunnen evt in 2 of 4 tallen.

Als ze zijn opgesplitst gaan ze verder lezen.

# De PHiZZ Unit



Met deze modulaire origami eenheid (bedacht door Tom Hull in 1993) kun je een heleboel verschillende veelvlakken maken, zoals bijvoorbeeld degene die hieronder staat.



De naam staat voor Pentagon Hexagon Zig-Zag unit. Het leuke eraan is dat je er hele grote objecten mee kunt maken, omdat je ze (zonder lijm!!) heel strak in elkaar kunt vouwen.

Vandaag gaan we je leren om deze unit te vouwen. Daarna gaan we veelvlakken “bouwen”. Dit ga je doen in groepjes van 3 leerlingen.

Voor, tijdens en na het bouwen zal je dan kennis maken met wat van de wiskunde achter die veelvlakken.

Dit is het moment om papier uit te gaan delen. Elk groepje krijgt 30 blaadjes in drie verschillende kleuren, 10 blaadjes per kleur. Daarvan gaan ze de units vouwen.

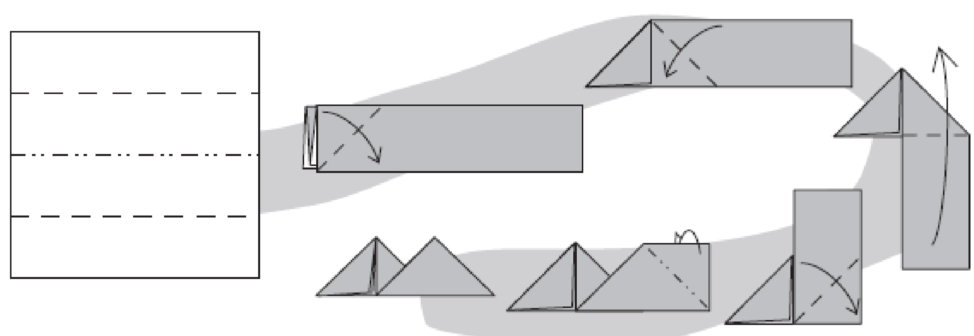
LET OP! De units moeten allemaal exact hetzelfde zijn, dus geen spiegelbeelden van elkaar.

Er zit een filmpje bij om te laten zien hoe ze moeten vouwen, het werkt het beste als u dit klassikaal laat zien. Het laatste stukje van het filmpje laat zien hoe u drie van deze units in elkaar schuift. Ook dit moet u zelf even oefenen, zodat u het zelf ook aan de leerlingen kunt uitleggen.

Benadruk ook echt even dat ze zo nauwkeurig mogelijk moeten vouwen, hoe netter ze nu werken hoe makkelijker het in elkaar schuiven later wordt. Het is handig om daar ook even op te letten als ze aan het vouwen zijn, en dat her en der bij te sturen.

De PHiZZ unit vouwen:

Het is heel belangrijk dat je alle units exact hetzelfde vouwt en dat je heel nauwkeurig vouwt. Hoe netter hoe beter.



Hierboven zie je het vouwschema.

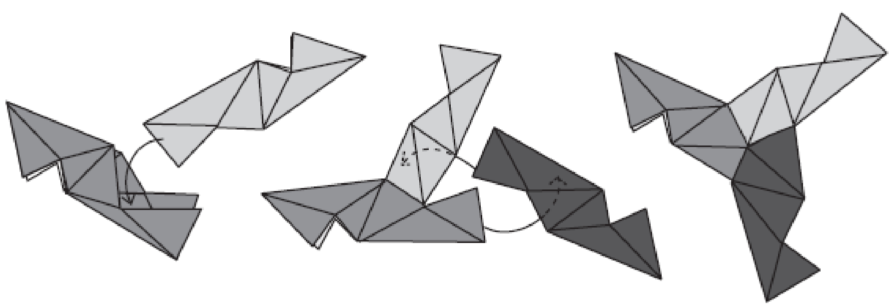
Op onderstaand filmpje staat het ook nog een keer uitgelegd, met extra hoe je de units in elkaar moet schuiven.

http://www.youtube.com/watch?v=vFYw47Wx2N8

phizz unit

**In elkaar schuiven:** Op het onderstaande plaatje zie je (net als in het filmpje) hoe je ze in elkaar moet schuiven, je maakt dan een soort piramide. We bekijken de PHiZZ units van boven.

De eerste doe je een beetje open, zodat je de tweede er in kunt schuiven. Ze moeten tussen de laagjes papier terecht komen. Zorg er voor dat een flapje van de unit die je er in schuift haakt om de vouw van de andere, daardoor haken ze in elkaar.



**Opdracht 1**

Maak 30 van deze PHiZZ units in drie kleuren (van elke kleur even veel).

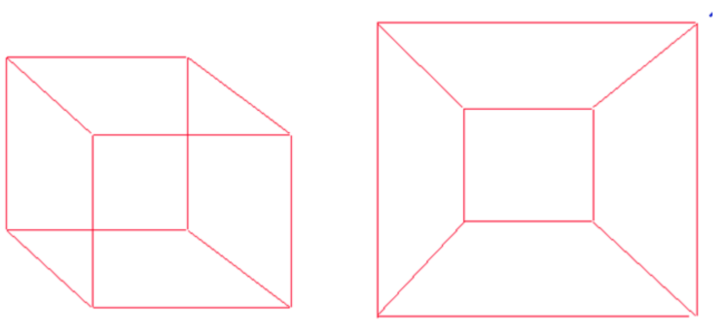
Let erop, ze moeten allemaal heel precies gevouwen worden en exact hetzelfde er uit zien.

------

Nu gaan we er een dodecaëder van bouwen waarbij niet twee dezelfde kleuren aan elkaar zitten. Dat kun je gaan proberen zonder wiskunde, maar dan ben je onnodig lang bezig, we gaan dus nu eerst aan de slag met een stukje theorie om de kleuren te kunnen voorspellen.

**Theorie:**

Je tekent het veelvlak eerst plat. Om dit te doen is het handig je voor te stellen dat je het veelvlak op de tafel zet. Je rekt dan de bovenkant uit terwijl je het veelvlak platdrukt, zodanig dat geen van de randen elkaar snijden. Bij een kubus ziet dat er zo uit:



Dit noem je een platte graaf.

*Weet je nog: een graaf bestond uit knooppunten die verbonden worden door wegen*

Hier is het verstandig om de grafentheorie even op te halen. Hoe werkte dat ook maar weer met knooppunten en wegen en wat betekent dat voor onze tekening.

Je ziet dat in 3 dimensies elk knooppunt vastzit aan 3 wegen, dat moet in de platte graaf dus ook het geval zijn.

Doe het zelf ook even op het bord voor, dan is het voor leerlingen ook duidelijker hoe ze het bij de dodecaëder aan moeten pakken.

Om dit te doen de volgende tips:

Teken een kubus op het bord

Teken nu eerst het vierkante achtervlak op het bord.

Kleur dan in de kubus de lijnen die je gebruikt hebt (de ribben van het achtervlak in dit geval)

Teken dan de schuin weglopende lijnen aan het vierkant en kleur deze ook in de kubus.

Nu verbind je de vier weglopende lijnen met elkaar.

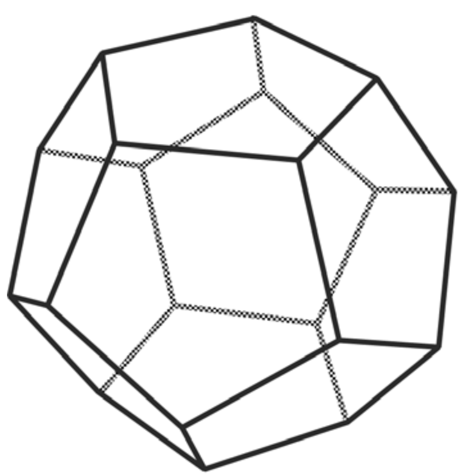
Zo zouden ze het ook bij de dodecaëder aan moeten pakken.

**Opdracht 2**

Teken van de dodecaëder ook een platte graaf

Om je te helpen staat er hieronder een kaal plaatje van een dodecaëder.

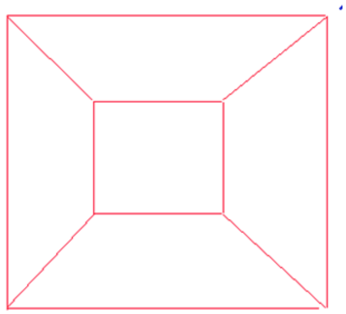
Hint: Hij bestaat als je goed kijkt uit allemaal vijfhoeken.



In de volgende opdracht teken je in die platte graaf een zogenaamd Hamilton circuit. Dat is een route die begint in een knooppunt, dan door alle andere knooppunten gaat

en dan weer eindigt in het knooppunt waar hij begonnen is. Er is echter 1 addertje onder het gras, je mag namelijk elk knooppunt maar 1 keer bezoeken.

Wellicht even in het plaatje van de kubus laten zien wat we bedoelen.



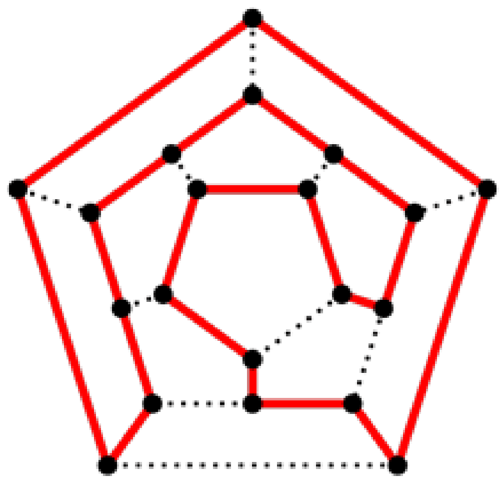
Je begint bijvoorbeeld met tekenen in het kleine vierkant, knooppunt linksonder. Je gaat dan eerst met de klok mee en kleurt de zijden van het kleine vierkant, maar pas op, je moet de kring niet sluiten. Na drie gekleurde ribben pak je de schuin weglopende en vervolgens ga je tegen de klok in over het buitenvierkant weer terug. Je kunt dan over de laatste schuine ribbe weer terug naar het beginknooppunt.

**Opdracht 3**

Teken in de platte graaf van de dodecaëder een Hamilton circuit.

(je krijgt van je docent een aantal kopieën zodat je het een paar keer kunt proberen)

Elk groepje krijgt 2 blaadjes met daarop 4 keer de platte graaf. Deze krijgen ze natuurlijk pas als ze bij de vorige opdracht zelf een fatsoenlijke platte graaf hebben getekend. ( In geval van tijd tekort kunt u deze natuurlijk eerder uitdelen). Hieronder ziet u hoe het hamiltoncircuit er uit komt te zien.



Elke PHiZZ unit komt overeen met 1 van de lijntjes van de dodecaëder en dus is elk lijntje van je platte graaf een PHiZZ unit.

**Opdracht 4**

Hoe kun je nu, met behulp van het Hamilton circuit zorgen dat 2 dezelfde kleuren elkaar niet raken?

Bedenk, de lijnen in de platte graaf zijn de PHiZZ units. Kun je een manier bedenken om de lijntjes te kleuren zodat niet twee lijntjes van dezelfde kleur elkaar raken? Probeer het uit op je platte graaf. Gebruik het Hamilton circuit.

Wederom, als ze hier na een paar keer proberen niet uitkomen, kan u de volgende tip geven: In elk knooppunt moeten drie verschillende kleuren samen komen. Probeer het eens voor twee naast elkaar liggende knooppunten.

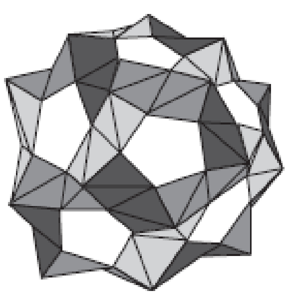
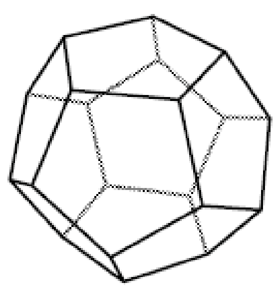
Voor u zelf, als ze het hamilton circuit om en om kleuren met twee kleuren, en ze geven de overige lijntjes kleur drie, dan hebben ze voldaan aan de opdracht, namelijk niet twee dezelfde kleuren komen bij elkaar in een knooppunt.

**Opdracht 5**

Nu gaan we de dodecaëder in elkaar zetten.  Kijk goed naar het plaatje hoe het er uit moet  zien, een vlak bestaat uit 5 van die piramides.

In het volgende filmpje wordt voorgedaan hoe je 1 vlak van de dodecaëder maakt.

http://www.youtube.com/watch?v=dH-uTRdI4XU

Let op!:

Jullie moeten samenwerken, omdat 1 persoon in elkaar gaat zetten en de anderen bij gaan houden welke kleur waar komt.

Als docent is het heel belangrijk dat u de hele bal al een keer in elkaar hebt gezet. Het is even een gepuzzel om de laatste te sluiten. Daar hebben leerlingen soms dus wat hulp bij nodig.

**Bonusopdracht**

Ben je helemaal klaar?

Probeer dan eens om de Buckyball van de eerste bladzijde te maken. Dus de Buckminsterfullerene. Lukt het je ook weer zonder dat twee dezelfde kleuren elkaar raken??

Succes!!

Voor deze opdracht hebben ze extra papier nodig (hij bestaat uit 90 units ipv 30…).

